

グラスマン多様体による非コヒーレント通信と非直交多元接続

Grassmann-Based Non-Coherent Communications and Non-Orthogonal Multiple Access



石川 直樹 (Naoki ISHIKAWA, Ph. D.)

横浜国立大学 大学院工学研究院 准教授

(Associate Professor, Yokohama National University, Faculty of Engineering)

電子情報通信学会 情報処理学会 IEEE

受賞: IEEE Transactions on Communications Exemplary Reviewer (2017, 2021 年), 丹羽保次郎記念論文賞 (2017 年), 電気通信普及財団テレコムシステム技術学生賞佳作 (2015 年), NEC C&C 財団若手優秀論文賞 (2015 年).

研究専門分野: 無線通信 量子計算

あらまし

無線通信システムにおいて周波数利用効率を低下させることなくチャンネル推定とデータ伝送を同時に行う技術を提案している。従来、送受信機間の電波伝搬環境を表すチャンネル情報の正確な推定のためには、参照信号と呼ばれる既知の信号系列を定期的に送信する必要があり、特に高速移動体通信において周波数利用効率の低下を引き起こす場合があった。この問題の緩和を目指し、グラスマン多様体の数学的性質を活用することで、チャンネル推定と追加データの伝送を同時に可能とする「データ搬送参照信号」について研究している。本研究では、同手法のチャンネル推定誤差を解析し、さらに、一切の性能ペナルティなしでチャンネル推定精度を向上させるユニタリ最適化手法を提案した。また、マルチアンテナシステムにおける離散入力を仮定した場合の非コヒーレント符号の達成可能レートを導出し、ガウス・マルコフ不確定性により説明されるチャンネル推定誤差を考慮した場合のコヒーレント符号の達成可能レートも導出した。結果として、データ搬送参照信号を導入することで、周波数利用効率を改善可能である可能性が示唆された。

1. 研究背景と目的

参照信号 (reference signal; RS) は、送信機と受信

機間のチャンネル情報 (channel state information; CSI) を推定するため定期的に送信される。チャンネル情報はリソース割当、ストリーム数、変調方式、符号化率の適応的な決定や、ビーム制御、信号復調などにおいて重要な役割を果たす。RS の送信比率は通信環境に応じて適応的に調整される。送信機と受信機の間で予め既知の RS を用いてチャンネル推定する方式が標準的であり、これは一般にトレーニング方式と呼ばれる。同方式はチャンネル推定に伴う計算量が極めて小さく、RS 長に応じてチャンネル推定の精度を容易に改善できる。一方で、高速移動体通信においては、伝搬環境の時変動が相対的に大きくなり、チャンネル情報の頻繁な更新が必要となるため、RS の送信比率によっては周波数利用効率が低下する場合がある。

この問題に対して様々な取り組みがなされてきた。チャンネル推定自体を不要とするアプローチは一般に非コヒーレント通信と呼ばれ、この文脈で最も有名な方式は差動符号化である。差動 PSK が最も典型的であり、前後のシンボルの位相差に情報が割り当てられる。このマルチアンテナ拡張は差動時空間ブロック符号と呼ばれ [1]、直前の送信符号を基準として現在の送信符号へのユニタリ変換に情報を割り当てる。あまり知られていないが、このような何らかの相互関係に情報を割り当てられれば非コヒーレント通信が可能となるため、ルックアップテーブルを用いる手法 [2] や、時空間射影を用いて実効レートを高める手法 [3] も提案されている。ただしいずれも、相互の関係性に情報を割り当てる構造がプリアンブルと呼ばれる実質的な RS の送信を少なくとも一度は必要とし、これが課題として認識されている。そのような RS を送信するのであれば、復号したデータシンボルを RS とみなしチャンネル情報をトラッキングするコヒーレント検出によるアプローチも考えられる [4, 5]。

RS の送信を完全に不要とする方式を完全ブラインド方式と呼ぶことにする。例えば、Shahbazpanahi による先駆的な研究 [6] では、時空間ブロック符号の直交性を利用して、受信信号の二次統計量からチャンネル推定を可能とした。ただし、RS を一切送信しないがために、チャンネル情報に位相の不確定性が生じ、これを解決するためには非効率な非対称シンボルを送

グラスマン多様体による非コヒーレント通信と非直交多元接続

Grassmann-Based Non-Coherent Communications and Non-Orthogonal Multiple Access

信する必要がある。この不確定性を取り除き、かつ、シンボル表現の自由度を最大化する唯一の方法は、グラスマン多様体*1上の点をデータシンボルとして用いるアプローチである [7]。グラスマン多様体上の点(=元)を T 行 M 列の縦長の複素行列として表すならば、その右からいかなる行列を掛けようと同値の関係が保たれる。つまり、 T 行 M 列の時空間ブロック符号に対して、右からチャンネル行列が掛けられるようなシステムモデルであれば、加法性雑音がない限りは、送信信号と受信信号が多様体上で同じ点を示すため(より正確には付録の用語解説を参照されたい)、非コヒーレント通信が可能となる。また、推定した時空間符号からチャンネル推定が可能であり、これは正規直交基底であることから、雑音強調の問題も避けられる。

グラスマン信号点*2の構成法は、大きく三つのアプローチに分類でき、指数写像(exponential map; exp-map)による構成法 [8]、代数的構成法(cube-split [9] や小西らによる符号 [10] など)、および、直接的な数値最適化(manifold optimization; manopt or mopt)による構成法 [11]がある。数値最適化による構成法は、信頼性(正確にはシンボル誤り率)の観点で最適な性能を達成できる。指数写像と代数的構築法は、その構造を活かして軽量検出器も併せて提案されている。いずれも、多様体上で一様分布に近づくよう信号点が設計される。

非コヒーレント通信方式をチャンネル推定のために用いるというアイデアは古くからある。例えば Warrier と Madhow は、非コヒーレント検出がチャンネルとデータの同時推定問題として捉えられることを指摘した [12]。同様に Kammoun らは、非コヒーレント検出をコヒーレント符号の最近傍探索問題として捉え、推定した非コヒーレント符号からチャンネル情報を推定するアイデアを考案した [8]。より明確なアイデアは Yu らによって「情報伝送非コヒーレントパイロット(information-bearing noncoherently modulated pilots)」として提案されている [13]。本稿ではこれを、5G NRにおける復調用参照信号(demodulation RS; DM-RS)のアナロジーで、データ搬送参照信号(data-carrying RS; DC-RS)と呼ぶことにする。

以上の背景を踏まえて、本研究では、データとチャ

ネルの同時推定を可能とするグラスマン多様体上の DC-RS を対象に、その基礎的な性能を解析する。特に、従来の RS を DC-RS で置き換えた場合に、チャンネル推定精度の悪化が予想され、次に続く高レートのコヒーレント符号と併せて考えたとき、真に周波数利用効率を改善可能か明らかにすることを研究目的とした。また、複数の非コヒーレント符号が重畳されたとしても、テンソル分解により元の符号を一意に特定できるという特性があるため、非直交多元接続に応用できると考えた。

3. 研究成果

下記に挙げる四つの研究成果が得られた [14, 15]。

3.1. チャンネル推定精度の解析と最適化

T タイムスロットにわたり M 本のアンテナから時空間ブロック符号(グラスマン多様体上の点) $\mathbf{X} \in \mathbb{C}^{T \times M}$ が送信される。送信ビット数を B とし、 2^B 個の符号語からなるグラスマン信号点 $\{\mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_{2^B}\}$ は、グラスマン多様体 $\mathcal{G}(T, M)$ 上で一様分布するように予め設計しておくものとする。受信アンテナ本数を N として、受信信号は、 $\mathbf{Y} = \mathbf{X}\mathbf{H} + \mathbf{V}$ のように表せる。ここで、 $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{M \times N}$ はチャンネル行列、 $\mathbf{V} \in \mathbb{C}^{T \times N}$ は加法性雑音を表す。グラスマン多様体の数学的性質により、受信機においては、受信信号 \mathbf{Y} からチャンネル行列 \mathbf{H} なしで推定符号語 $\hat{\mathbf{X}}$ が得られる。

本研究ではまず、 \mathbf{Y} と $\hat{\mathbf{X}}$ とからチャンネル行列の推定値 $\hat{\mathbf{H}}$ を得た場合について、レイリーフェージング下で、その推定精度

$$\mathbb{E} \left[\frac{\|\mathbf{H} - \hat{\mathbf{H}}\|_F^2}{\|\mathbf{H}\|_F^2} \right] = \frac{\mathbb{E} \left[\|\mathbf{H} - \hat{\mathbf{H}}\|_F^2 \right]}{NM}$$

を閉形式で導出した。これは正規化平均二乗誤差(normalized mean square error; NMSE)と呼ばれる。さらに、この NMSE の最小化問題をユニタリ群 $\mathcal{U}(M)$ 上の最適化問題に帰着した。

$$\min \sum_{i=1}^{|\mathcal{X}|-1} \sum_{j=i+1}^{|\mathcal{X}|} \frac{\|\mathbf{I}_M - \mathbf{U}_i^H \mathbf{X}_i \mathbf{X}_j^H \mathbf{U}_j\|_F^2}{\text{Re}[\det(\mathbf{I}_M - \mathbf{X}_i^H \mathbf{X}_j \mathbf{X}_j^H \mathbf{X}_i)]} \quad (1)$$

$$\text{s. t. } \mathbf{U}_i \in \mathcal{U}(M), \forall i = \{1, \dots, |\mathcal{X}|\}$$

グラスマン多様体による非コヒーレント通信と非直交多元接続

Grassmann-Based Non-Coherent Communications and Non-Orthogonal Multiple Access

ここで、グラスマン多様体の定義から、符号語の右からいかなるユニタリ行列を掛けようとその性能が変化しないという数学的特性を用いている。つまり、シンボル誤り率や達成可能レートの観点で一切の性能低下を伴うことなく、チャネル推定精度の改善が可能となる。 2^B 個の符号語 $\{\mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_{2^B}\}$ に対して、 $M \times M$ の 2^B 個のユニタリ行列を探索する問題ということが分かる。

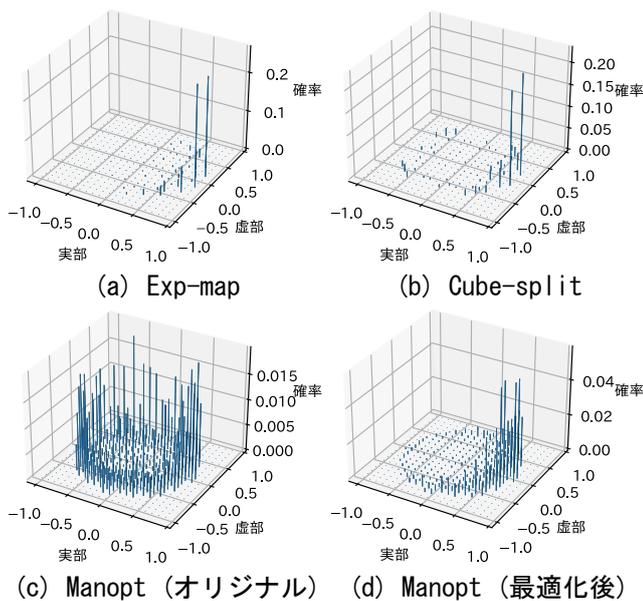
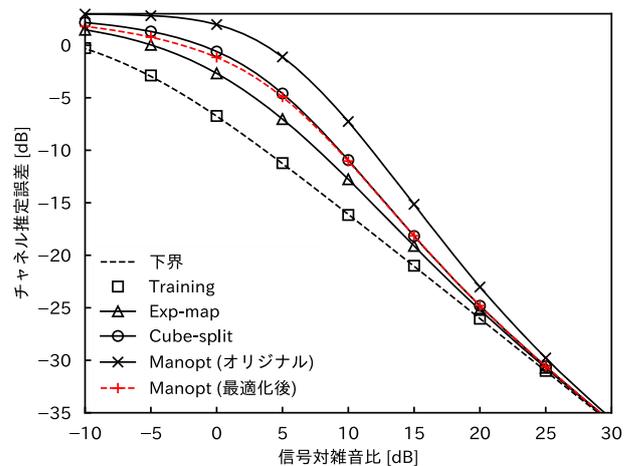
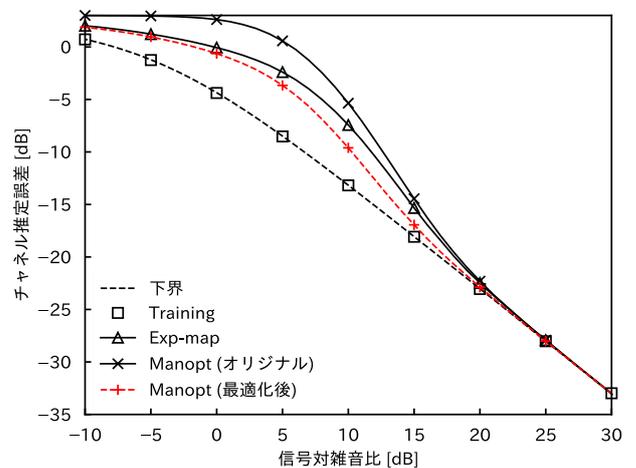


図1 信号点間の内積分布 (送信アンテナ本数 $M = 1$)

送信アンテナ本数 $M = 1$ のとき、符号語は要素数 T のベクトルになり、(1)の最適化は、符号語間の内積を1になるべく近づけるように位相を調整する問題と捉えられる。そこで、図1に符号語間の内積(複素数)のヒストグラムを示す。Exp-map および cube-split の内積分布が1に偏っていることから、これらの信号点を用いると優れたチャネル推定精度を達成可能であることが予想できる。一方で、多様体上の直接的な最適化により求められた信号点 manopt は、最小距離のみを対象として最適化することから、内積が円上に一様分布する傾向にある。これに対して、提案の最適化手法を用いると、manopt 信号点の内積分布を1に偏らせられていることが分かる。



(a) 送信アンテナ本数 $M = 1$



(b) 送信アンテナ本数 $M = 2$

図2 チャネル推定誤差の比較

図1にある四種の信号点それぞれについて、図2ではチャネル推定誤差の観点で比較している。なお、cube-split は送信アンテナ本数 $M \geq 2$ の場合に対応していないため、(a)の $M = 1$ の場合のみプロットしている。図1から各信号点のチャネル推定精度を予想可能であるが、それと完全に一致する傾向が図2(a)において確認できた。図2(b)に示すとおり、特に、最良の性能を達成可能であるが、チャネル推定精度の観点では劣る manopt 信号点について、その性能を維持したまま cube-split を超えるように最適化できた点が特筆に値する。また、送信アンテナ本数 $M = 2$ の場合、提案の最適化信号点最も優れたチャネル推定精度を達成した。

グラスマン多様体による非コヒーレント通信と非直交多元接続

Grassmann-Based Non-Coherent Communications and Non-Orthogonal Multiple Access

3.2. チャンネル推定誤差下の達成可能レート解析

コヒーレント検出を前提とした時空間ブロック符号をコヒーレント符号と呼ぶ。その達成可能レート（平均相互情報量とも呼ばれる）について、完璧なチャンネル推定結果（perfect CSI; PCSI）を前提としたものは明らかとなっているが、チャンネル推定誤差のある場合は未知であった。

本研究では、グラスマン信号点を DC-RS として送り、推定した符号語からチャンネル行列を推定するため、従来の RS と比べてチャンネル推定誤差が大きくなる。これは図 2 から確認できる。この推定誤差が、RS に続いて送信されるコヒーレント符号に達成可能レートの観点でどれだけの損失をもたらすかを定量的に解析する必要がある。

本研究では、チャンネル推定誤差をガウス・マルコフの不確定性により表し、単一の誤差パラメータ β により説明する。DC-RS がもたらすチャンネル推定誤差と β の関係式は容易に導ける。 $\beta = 0$ が PCSI の一切誤差のない状態と、 $\beta = 1$ がチャンネルに関する事前情報が一切ない状態と対応する。このとき、チャンネル推定の誤差によって引き起こされる悪影響を、送信符号の歪みと信号対雑音比の悪化として捉え、これらが誤差 β と対応して変化するような形式で表現することで、達成可能レートの導出に成功した。

具体例として、図 3 にシングルアンテナ通信かつ 256-QAM を送受信した場合の達成可能レートを示す。ここで、チャンネル推定誤差の度合いを表すパラメータを $\beta = 0.0, 0.1, 0.2, 1.0$ とした。変調点数が 256 であるため最大レートは 8 bit/symbol となる。図 3 に示すように、 $\beta = 0$ は PCSI の達成可能レートであり、従来の式と完全に一致する。一方で、誤差 β を大きくすると達成可能レートが低下し、 $\beta = 0.2$ のときにレートが半減し、 $\beta = 1.0$ のチャンネルに関する情報が一切ない場合は全く情報を伝送できていないことが分かる。

3.3. 非コヒーレント符号の達成可能レート解析

プリアンブルや RS なしで非コヒーレント検出が可能な時空間ブロック符号を非コヒーレント符号と呼ぶ。その達成可能レートは $M = 1$ の場合のみが明らかとされ、 $M \geq 2$ の複数アンテナの場合は未知であった。これは、素朴に導いた式に含まれる逆行列計算が数値的に不安定であるためである。本研究では、逆行列や行列式の計算を不要とするような式変形を繰り返すことで、複数アンテナの場合の非コヒーレント符号の達成可能レートの導出に成功した。導出の詳細については割愛する。

3.4. DC-RS を用いた場合の総レート比較

以上の解析により、従来 RS を DC-RS で置き換えた場合の総レート比較が新たに可能となった。具体的には、従来 RS 送信（0 ビット）の後にチャンネル推定し、コヒーレント符号をコヒーレント検出する場合と、DC-RS 送信（ B ビット）の後にチャンネル推定し、コヒーレント符号をコヒーレント検出する場合の比較を行う。後者は B ビットの追加情報を送信可能であるが、その分、チャンネル推定精度が悪化し、コヒーレント符号の達成可能レートが減少する。DC-RS の検出に伴う計算量の増加に見合うだけの効果があるかを確認する必要がある。

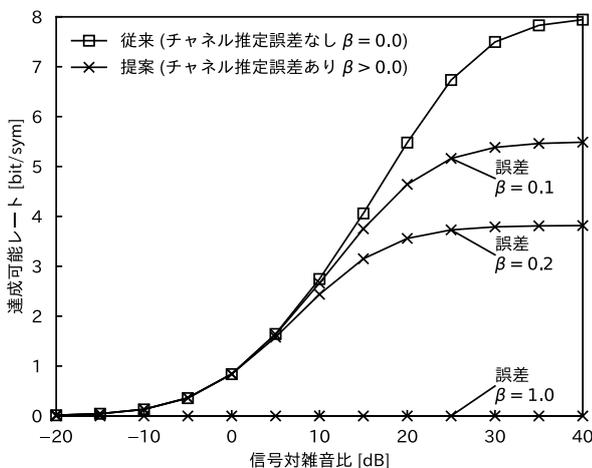
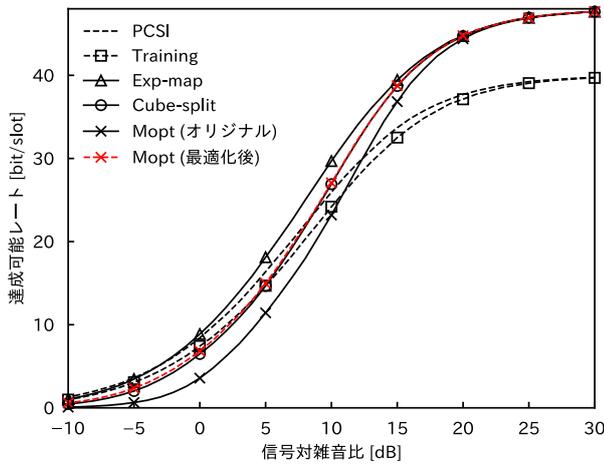


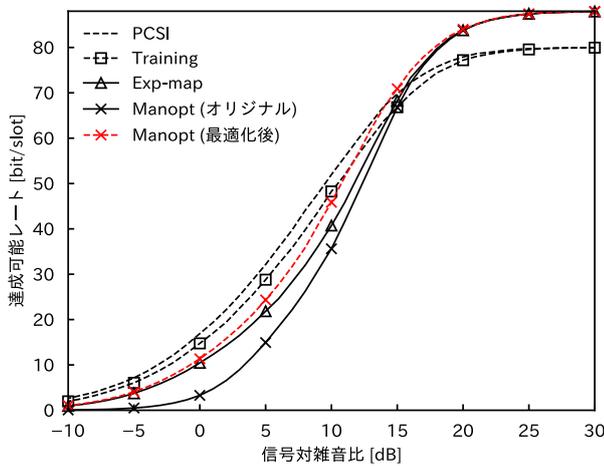
図 3 コヒーレント符号の達成可能レート解析

グラスマン多様体による非コヒーレント通信と非直交多元接続

Grassmann-Based Non-Coherent Communications and Non-Orthogonal Multiple Access



(a) 送信アンテナ本数 $M = 1$



(b) 送信アンテナ本数 $M = 2$

図 4 総レート比較

図 4 に総レート比較の結果を示す。ここで、従来 RS および DC-RS の系列長を 4 とし、DC-RS の場合は $B = 8$ ビットの追加情報を送信する。続く 10 シンボルスロットにおいては、 M 個の 16-QAM シンボルが M 本のアンテナから送信される。つまり、最大レートは $M = 1$ の場合に $8 + 4 \cdot 10 = 48$ 、 $M = 2$ の場合に $8 + 8 \cdot 10 = 88$ となる。図 4(a) より、exp-map を DC-RS とし、用いる場合、全ての信号対雑音比において、従来 RS を総レートの観点で上回ることが確認できる。また、提案のチャンネル推定精度の改善手法についても、特に信号対雑音比が低い場合に達成可能レートを大幅に改善できることが分かる。送信アンテナが複数の場合は、図 4(b) に示すとおり、従来 RS の方が有利であり、信号対雑音比が高い場合に提案の最適化信号点が最も優

れた総レートを達成することが分かる。

4. 将来展望

複数のグラスマン信号点が重畳されていたとしてもテンソル分解と逐次干渉キャンセリングにより元の信号点を一意に特定できるという数学的特性がある。これは、複数端末がグラスマン信号点を同時送信し、基地局側でデータの復号とチャンネルの推定を同時に行う非直交多元接続に拡張できる。今後はそのような応用についても検討する。

おわりに

本研究では、グラスマン多様体上の点を DC-RS とし、用いることで、チャンネル推定を可能としつつ追加データを伝送する技術を提案した。その基礎的な性能特性を解析し、さらに、性能を維持したままチャンネル推定精度を向上させるユニタリ最適化手法を提案した。また、マルチアンテナシステムにおける離散入力を仮定した場合の非コヒーレント符号の達成可能レートを導出し、チャンネル推定誤差を考慮した場合のコヒーレント符号の達成可能レートも導出した。結果として、DC-RS を用いることで、特定の場合に周波数利用効率を改善可能である可能性が示唆された。今後は、非直交多元接続技術への応用についても検討する予定である。

用語解説

*1 グラスマン多様体 (Grassmann manifold)

整数 $T > M$ に対して、シュティーフエル多様体

$$\mathcal{S}(T, M) = \{\mathbf{S} \in \mathbb{C}^{T \times M} \mid \mathbf{S}^H \mathbf{S} = \mathbf{I}_M\}$$

上の二つの点 \mathbf{S}_1 および \mathbf{S}_2 によって張られる部分空間が同一であるとき、つまり $\text{span}(\mathbf{S}_1) = \text{span}(\mathbf{S}_2)$ であるとき、そのような関係を同値関係と呼び、 $\mathbf{S}_1 \sim \mathbf{S}_2$ と表すことにする。ここで、 \mathbf{S} の m 列目を列ベクトル \mathbf{s}_m とし、線型スパンは

$$\text{span}(\mathbf{S}) = \{h_1 \mathbf{s}_1 + \dots + h_M \mathbf{s}_M \mid h_1, \dots, h_M \in \mathbb{C}\}$$

と定義される。このような同値関係が成り立つ集合を

$$[\mathbf{S}] = \{\mathbf{S}_1 \in \mathcal{S}(T, M) \mid \mathbf{S}_1 \sim \mathbf{S}_2\}$$

と表し、これを同値類と呼ぶ。このとき、グラスマン

グラスマン多様体による非コヒーレント通信と非直交多元接続

Grassmann-Based Non-Coherent Communications and Non-Orthogonal Multiple Access

多様体は

$$\mathcal{G}(T, M) = \{\mathbf{S} \mid \mathbf{S} \in \mathcal{S}(T, M)\}$$

と定義できる。通信分野ではこのような定義の複素グラスマン多様体が一般的に用いられている。

グラスマン多様体の具体例について考える。 $M = 1$ に限定したとき、何か二つの複素ベクトル \mathbf{s} と \mathbf{s}' について、任意の非ゼロの複素数 h により、 $\mathbf{s} = h\mathbf{s}'$ という関係式で表せれば、同値関係 $\mathbf{s} \sim \mathbf{s}'$ が成り立つ。そのようなベクトルの集合がここで同値類として定義されている。同時に、グラスマン多様体は、同値関係が成り立たないベクトルの集合である。 $T = 2$ に限定すると、 $\mathbf{x} = [1 \ 0]^T$ と $\mathbf{x}' = [0 \ 1]^T$ は明らかに同値でないため、 $B = 1$ の場合のグラスマン信号点として利用できる。 B を大きくすると、無線通信を専門とする読者であれば自ずから、従来の差動 PSK や差動 QAM を一般化したようなベクトルの集合が想像できるだろう。

任意の送信アンテナ本数 M に対して、受信アンテナ本数が $N = 1$ 本のとき、チャネルベクトルは $\mathbf{h} = [h_1 \dots h_M]^T$ と与えられる。加法性雑音を含まない受信信号 $\mathbf{Y} = \mathbf{X}\mathbf{h}$ は、線型スパンの定義にある線型結合と同じ形になる。受信アンテナが複数場合は、それぞれの受信アンテナにおいて、特定の部分空間の元が独立に表現されていると解釈できる。

グラスマン多様体上の点 $\mathbf{X} \in \mathcal{G}(T, M)$ に対して、右からどのようなユニタリ行列 \mathbf{U} を掛けようと、 $\text{span}(\mathbf{X}) = \text{span}(\mathbf{X}\mathbf{U})$ の同値関係が成り立つ。提案のチャネル推定精度の最適化手法はこの特性を活用している。

*2 グラスマン信号点 (Grassmann constellation or Grassmann signal points)

グラスマン多様体上の点 (元) の集合。通信分野において「信号点」という用語は集合 (constellation points) として扱われることが多いため、本稿でもその表現を踏襲し、コードブック (codebook)、つまり符号語 (codeword) の集合と同じ意味で用いている。グラスマン信号点は、一般に、任意の二つの符号語間の最小距離がなるべく大きくなるように設計されている。距離指標は様々ある [16]。

参考文献

- [1] V. Tarokh and H. Jafarkhani, "A differential detection scheme for transmit diversity," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 18, no. 7, 2000.
- [2] R. Wei, "Differential encoding by a look-up table for quadrature-amplitude modulation," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 59, no. 1, pp. 84–94, 2011.
- [3] N. Ishikawa, R. Rajashekar, C. Xu, S. Sugiura, and L. Hanzo, "Differential space-time coding dispensing with channel estimation approaches the performance of its coherent counterpart in the open-loop massive MIMO-OFDM downlink," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 66, no. 12, 2018.
- [4] S. Chen, S. Sugiura, and L. Hanzo, "Semi-blind joint channel estimation and data detection for space-time shift keying systems," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 17, no. 12, 2010.
- [5] H. Iimori, T. Takahashi, K. Ishibashi, G. T. F. De Abreu, and W. Yu, "Grant-free access via bilinear inference for cell-free MIMO with low-coherence pilots," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 20, no. 11, 2021.
- [6] S. Shahbazpanahi, A. B. Gershman, and J. H. Manton, "Closed-form blind MIMO channel estimation for orthogonal space-time block codes," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 53, no. 12, 2005.
- [7] L. Zheng and D. N. C. Tse, "Communication on the Grassmann manifold: A geometric approach to the noncoherent multiple-antenna channel," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 48, no. 2, 2002.
- [8] I. Kammoun, A. M. Cipriano, and J. C. Belfiore, "Non-coherent codes over the Grassmannian," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 6, no. 10, 2007.
- [9] K. Ngo, A. Decurninge, M. Guillaud, and S.

グラスマン多様体による非コヒーレント通信と非直交多元接続

Grassmann-Based Non-Coherent Communications and Non-Orthogonal Multiple Access

- Yang, “Cube-split: A structured Grassmannian constellation for non-coherent SIMO communications,” *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 19, no. 3, 2020.
- [10] T. Konishi, H. Nakano, Y. Yano, and M. Aoki, “Novel MIMO method for high mobility environments using Schubert cell decomposition,” *IEICE Communications Express*, vol. 11, no. 10, 2022.
- [11] M. A. ElMossallamy, Z. Han, M. Pan, R. Jantti, K. G. Seddik, and G. Y. Li, “Noncoherent MIMO codes construction using autoencoders,” in *IEEE Global Communications Conference*, Waikoloa, HI, USA, 2019.
- [12] D. Warrier and U. Madhow, “Spectrally efficient noncoherent communication,” *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 48, no. 3, 2002.
- [13] Y. Yu, G. B. Giannakis, and N. Jindal, “Information-bearing noncoherently modulated pilots for MIMO training,” *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 53, no. 3, 2007.
- [14] 永井祐衣, 石川直樹, “グラスマン多様体とテンソル分解に基づく完全ブラインドな非直交多元接続技術の検討,” 電子情報通信学会総合大会, 2022年03月18日.
- [15] N. Endo, H. Iimori, C. Pradhan, S. Malomsoky, and N. Ishikawa, “Boosting spectral efficiency with data-carrying reference signals on the Grassmann manifold,” *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 23, no. 8, 2024.
- [16] D. J. Love and R. W. Heath, “Limited feedback unitary precoding for spatial multiplexing systems,” *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 51, no. 8, 2005.

この研究は、令和2年度SCAT研究助成の対象として採用され、令和3~5年度に実施されたものです。