

# 量子コンピューティングを活用した電磁界解析技術の構築



有馬 卓司 (博士(工学))

東京農工大学

大学院 工学研究院 先端電気電子部門 教授

(Professor, Tokyo University of Agriculture and Technology)

電子情報通信学会 米国IEEE 他

受賞：電子情報通信学会学術奨励賞 (2001 年). IEEE AP-S Japan

Chapter Young Engineer Award (2002 年). 他

著書：数値電磁界解析のための FDTD 法, コロナ社 (2016 年) 他

研究専門分野：電磁波工学 電磁界解析 FDTD 法

## あらまし

本研究では、量子コンピュータを活用した電磁界解析技術について検討している。電磁界解析は、アンテナの開発や伝搬チャネルのシミュレーションに必要であるが、これまでの古典コンピュータでは計算時間が多くかかるのが課題であった。量子コンピュータを活用することで、電磁界解析の概念が変わり、リアルタイムで解析しながらアンテナの作製を行うなど、これまで出来なかったアンテナの開発手法が可能となる。本研究では、量子アニーリングマシンを活用した電磁界解析について検討を行いいくつかの成果を得たのでその結果を報告する。

## 1. 研究の目的

現在、スマートフォン等の携帯情報端末は我々の生活に無くてはならない物となっている。これら機器の開発にはすべてと言ってよいほど何らかのシミュレーション手法が用いられている。右表に現在よく用いられている電磁界のシミュレーション手法をまとめている。申請者はこれら電磁界解析技術の開発及び応用技術の開発を行ってきた。その中で、電磁界解析には比

較的長い計算時間が必要であることが、様々な開発場面で問題となっていることに注目した。シミュレーションを高速に行うには、いくつか方法がある。なかでも、計算機ハードによって高速化する方法は大幅な高速化が望める。例えば、GPGPU (General-purpose computing on graphics processing units; 画像処理ユニットによる汎用計算) を活用することで高速化できることも示されている。一方、これまでの古典コンピュータとは異なる計算機ハードが開発された。これは、量子の特異な現象に注目したものであり、量子コンピュータと呼ばれる。その計算速度はこれまでのコンピュータの1億倍以上と言われている。量子コンピュータの方式は、量子ゲート式と量子アニーリング方式とおおきくわけて二つあるが、最適化問題に特化した量子アニーリング方式は既に実用化されている。電磁界解析をこの量子アニーリング問題に特化することで、量子コンピュータを活用した電磁界解析技術の確立を目指す。

## 2. 量子コンピュータ

上述したように、量子コンピュータには量子ゲート型と量子アニーリング型という二つの異なる方式がある。量子ゲート型コンピュータは、従来のコンピュータの論理ゲート (AND, OR, NOT など) に相当する量子ゲートを使って計算を行う。これらの量子ゲートは、量子の状態に特定の操作を行い、量子重ね合わせや量子もつれといった量子力学の現象を利用して計算を実行する。ゲート型量子コンピュータは汎用性が高く、理論的には古典コンピュータと同様の計算を行うことができるため、量子アルゴリズムの研究に主に使用されている。しかし、原稿を書いている2025年現在の技術では、量子デコヒーレンス (量子の情報が失われる現象) やエラーの発生などの課題に直面している。量子アニーリング型量子コンピュータは、組み合わせ最適化問題を解くために特化されている。このタイプの量子コンピュータは、量子アニーリングと呼ばれるプロセスを使用して、ある初期状態から最小エネルギー状態 (問題の解) に両氏の状態を導く。量子アニーリング型は、特定の問題に対して非常に効率的だが、ゲート型に比べると汎用性は低い。しかし、現状で実用

# 量子コンピューティングを活用した電磁界解析技術の構築

レベルに達しているのは量子アニーリング型の量子コンピュータである。量子アニーリング型は様々な最適化問題や組み合わせ問題に対して有効であり、本節では、アニーリング型量子コンピュータを用いて最適化問題を解く手法の概要を説明する。

量子コンピュータで重要なイジングモデルと QUBO (Quadratic Unconstrained Binary Optimization) について述べる。これらは最適化問題を解く際に用いられる数学的モデルである。イジングモデルは物理学の分野である統計力学における、スピン系の統計物理学的性質を記述するために用いられる最もシンプルなモデルである。組み合わせ最適化問題を、量子アニーリングを利用して求解するためには、イジングモデルのハミルトニアン (エネルギー関数) として、問題を表現する必要がある。具体的なエネルギー関数は式(1)のとおりである。

$$H(\sigma) = - \sum_{i < j} J_{ij} \sigma_i \sigma_j - \sum_{i=0}^{N-1} h_i \sigma_i \quad (1)$$
$$(\sigma_0, \dots, \sigma_{N-1} = \pm 1)$$

$\sigma$  はイジング変数と呼ばれ、取りうる値が -1、または +1 の 2 値変数となっている。また、 $J_{ij}$  は相互作用、 $h_i$  は磁場と呼ばれる定数であり、最適化問題の関数の係数に相当する。これをもとに量子アニーリングマシンを実行することでイジングモデルのエネルギーが最も低い状態、つまり  $H(\sigma)$  を最小にする  $N$  個の変数  $\sigma_0, \dots, \sigma_{N-1}$  の組み合わせを求めることができる。

量子アニーリングマシンで求解するためには上記の通りイジングモデルのエネルギー関数、つまり変数の値が (-1, 1) である 1 つの 2 次多項式として定式化する必要があるが、最適化問題では (0, 1) のバイナリ変数を用いて定式化を行うことが頻繁にあるため、式(2)のようにバイナリ変数  $q_i = (0, 1)$  をイジング変数  $\sigma_i = (-1, 1)$  に変換することで問題をバイナリ変数の 2 次多項式として定式化した場合でも、量子アニーリングマシンでの求解が可能となる。

$$q_i = \frac{\sigma_i + 1}{2} \quad (2)$$

式(2)のバイナリ変数による 2 次多項式問題を QUBO という。QUBO は Quadratic Unconstrained Binary Optimization の略 (和訳: 2 次制約無し 2 値最適化問

題) であり、イジングモデルと同じく 2 値変数の 2 次多項式問題を示すが、上記の通りバイナリ変数を利用して表現することが特徴である。なお、Unconstrained (制約無し) は、イジングモデルで説明した通り、制約条件を目的関数の罰則項として実装し、目的関数と制約条件をそれぞれ別々の式として表現しないことを示している。具体的な QUBO の式を以下に示す。

$$H(q) = - \sum_{i,j} Q_{ij} q_i q_j \quad (3)$$
$$(q_0, \dots, q_{N-1} = 0, 1)$$

$q_{i,j}$  はバイナリ変数であり、 $Q_{ij}$  は係数を表す。イジングモデルと同様に、マシンの実行によって  $H(q)$  を最小にする  $N$  個の変数  $q_0, \dots, q_{N-1}$  の組み合わせを求めることができる。本研究では、電磁界問題を上記の QUBO 形式に落とし込むことで最適化問題として定式化を行った。

## 3. 量子コンピュータを用いた電磁界解析

電磁界解析手法はいくつかあるが中でも、モーメント法 (Method of Moment, MoM) は微分方程式や積分方程式を連立方程式に変形し、数値的にこれを解く手法である。通常は導体表面の電界が満たす積分方程式を連立方程式 (行列方程式) に変形し、数値的にこれを解くことにより導体表面の電流  $J$  を求めるために用いられる。アンテナ上の電流分布が分かると、これを使用して放射特性を天地下式に計算することができる。したがって、電流分布を正しく求めることはアンテナを解析するために最も重要なことといえる。線上アンテナ上の電流分布についての理論的な考察は、古くは 20 世紀前半に Pocklington や Hallen によって行われている。より一般化された形状、つまり曲線状導体からなるアンテナ問題の理論的開放に検討が加えられたのは 1960 年代に入ってからのことである。その先駆的な役割を果たしたのが Mei と Harrington である。Mei は 1965 年に曲線状導体に対する積分方程式の導出に成功し、また Harrington は 1967 年に積分方程式を行列方程式の形にするモーメント法を提唱した。両社の業績を受け、その後アンテナ問題の数値解析がますます盛んになっていく。たとえば、Richmond は 1974 年に複雑な直線状導体からなるアンテナに着目し、導体

# 量子コンピューティングを活用した電磁界解析技術の構築

上の電流を求めるための汎用的なプログラムを完成させており、その後も研究者により様々な解析が行われた。以上の歴史的背景をもとに本節では本研究で用いる導体棒の電流配置と仮定した電荷分布についてのモーメント法の計算方法について述べる。

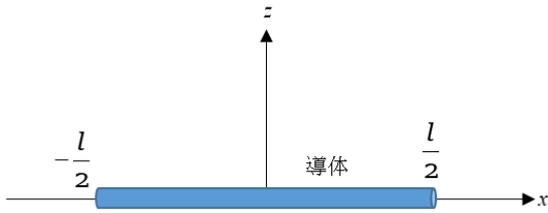


図1. 細い直線状導体

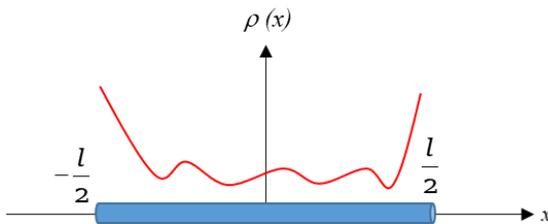


図2. 導体上の電荷分布

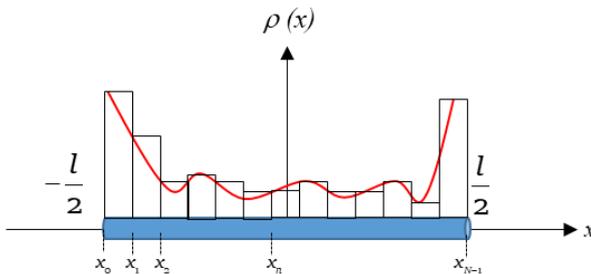


図3. 電荷分布の矩形関数近似

モーメント法の計算手段を下記に示す。図1に示すような  $x$  軸上に沿った細い導体棒に電圧  $V$  を印加する。すると、静電界の場合、同一導体上の電位は電位差が 0 になるまで自由電子が流れるため、導体棒上の電位が等しくなるように電荷が分布する。しかしこのとき、導体棒上でどのように電荷が分布しているかはわからない。図2に示すような  $x$  軸上に沿った細い導体棒に電圧  $V$  をかける。すると、静電界の場合、導体上の電位は電位が等しくなるように電子が移動し、導体棒上の電位が等しくなるように電荷が分布する。しかしこ

のとき、導体棒上でどのように電荷が分布しているかはわからない。そこで、電圧  $V$  を与えた時、導体棒上に線電荷密度  $\rho(x)$  の分布になったとする。この電荷分布による空間内の任意の点  $r_o = (x_o, y_o, z_o)$  の電位  $\varphi(r_o)$  は電荷の重ね合わせの原理より次のように書ける。

$$\varphi(r_o) = \int_{on\ bar} \rho(r_s) \frac{1}{4\pi\epsilon_0|r_o - r_s|} dl_s \quad (4)$$

ただし、 $r_s = (x_s, y_s, z_s)$  は波源点を表し、 $dl_s$  は微小線素の長さを表す。そこで、電位が  $V$  であることを考慮し、観測点  $r_o$  を導体棒上の点とすると次の  $\rho$  に関する積分方程式が得られる。

$$\int_{on\ bar} \rho(r_s) \frac{1}{4\pi\epsilon_0|r_o - r_s|} dl_s = V \quad (r_o \text{ は導体棒上}) \quad (5)$$

ここで、未知関数  $\rho(x)$  を次のように展開する。

$$\rho(x) = \sum_{n=1}^N a_n f_n(x) \quad (6)$$

ここで  $f_n$  は、

$$f_n(x) = \begin{cases} 1 & (x_{n-1} < x < x_n) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (7)$$

であり、式(6)、(7)は図3のように未知関数を展開することに相当する。観測点を導体棒上に置き、式(7)を式(5)に代入し整理すると以下ようになる。

$$\sum_{n=1}^N a_n \int_{x_s=x_{n-1}}^{x_n} \frac{f_n(x_s)}{4\pi\epsilon_0|x_o - x_s|} dx_s = V \quad (8)$$

次に、観測点  $x_o$  を基底関数  $n$  の中心位置  $x_o^n = \frac{x_{n-1} + x_n}{2}$  と

して、 $N$  個の基底関数の中心位置について観測すると式(8)より、独立な  $N$  個の方程式が得られる。

$$\sum_{n=1}^N a_n \int_{x_s=x_{n-1}}^{x_n} \frac{f_n(x_s)}{4\pi\epsilon_0|x_o^1 - x_s|} dx_s = V$$

$$\vdots$$

$$\sum_{n=1}^N a_n \int_{x_s=x_{n-1}}^{x_n} \frac{f_n(x_s)}{4\pi\epsilon_0|x_o^N - x_s|} dx_s = V \quad (9)$$

未知数が  $N$  個で、式が  $N$  個であるので(9)は  $a_n$  の求解が可能である。このように、式(8)を点で離散化する方法をポイントマッチング法という。式(9)は以下のよう

# 量子コンピューティングを活用した電磁界解析技術の構築

に  $N \times N$  個の行列形式で表現することもできる。

$$\begin{bmatrix} z_{11} & \cdots & z_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{N1} & \cdots & z_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V \\ \vdots \\ V \end{bmatrix}$$

ただし、 (10)

$$z_{mn} = \int_{x_s=x_{n-1}}^{x_n} \frac{1}{4\pi\epsilon_0 |x_o^m - x_s|} dx_s$$

解析を行う際、式(10)で  $m = n$  のときは被積分関数の分母が 0 になる特異点があることに注意しなければならない。この時に限り、観測点を少しだけずらして計算する必要がある。具体的には  $m = n$  のとき、次の式を用いて計算を行う。

$$z_{mm} = \int_{x_s=x_{m-1}}^{x_m} \frac{1}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{(x_o^m - x_s)^2 + \Delta z^2}} dx_s \quad (11)$$

モーメント法を、量子アニーリングマシンを用いて解析を行う。解析の対象となるモデルを図 4 に示す。

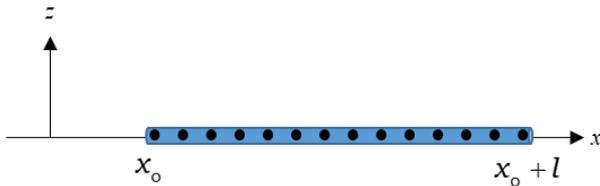


図4. 導線上の電荷配置

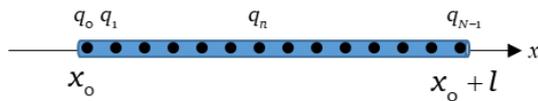


図5. 離散化した電荷

本研究では図 4 のような均等な位置に電荷を配置することで上記モデルを導体棒と見立てて実装を行い、量子アニーリングマシンでのモーメント法の解析の有効性を検証する。ここでの目標は導体棒の電圧を  $V$  にするような電荷の分布を求めることである。モーメント法の原理をもとに QUBO にあてはめられるように立式を行う。まず、図 5 に示すようにポイントマッチング法に従って観測点  $x_o^n$ 、導体棒を分割した座標  $x_n$  をそれぞれ配置する。また、それぞれの観測点に大きさ  $2^0 \sim 2^9$  の電荷  $q_n$  を計 90 個配置している。式(6)における  $a_n$  を、図 5 のそれぞれの観測点に配置してある電荷

$Q_n$  と見立てて以下のように変形する。

$$\begin{bmatrix} z_{11} & \cdots & z_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{N1} & \cdots & z_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 \\ \vdots \\ Q_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V \\ \vdots \\ V \end{bmatrix}$$

ただし、

$$z_{mn} = \int_{x_s=x_{n-1}}^{x_n} \frac{1}{4\pi\epsilon_0 |x_o^m - x_s|} dx_s = \begin{cases} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{x_s=x_{n-1}}^{x_n} \frac{1}{x_o^m - x_s} dx_s & (x_o^m - x_s > 0) \\ \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{x_s=x_{n-1}}^{x_n} \frac{1}{x_s - x_o^m} dx_s & (x_o^m - x_s < 0) \end{cases}$$

$$= \begin{cases} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} [\log(x_o^m - x_n) - \log(x_o^m - x_{n-1})] & (x_o^m - x_s > 0) \\ \frac{1}{4\pi\epsilon_0} [\log(x_n - x_o^m) - \log(x_{n-1} - x_o^m)] & (x_o^m - x_s < 0) \end{cases}$$

また、特異点では、式(12)のように計算する。

$$z_{mm} = \int_{x_s=x_{m-1}}^{x_m} \frac{1}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{(x_o^m - x_s)^2 + \Delta z^2}} dx_s = -\frac{1}{k} \left( \log \left| x_o^m - x_n + \sqrt{(x_o^m - x_n)^2 + \Delta z^2} \right| - \log \left| x_o^m - x_{n-1} + \sqrt{(x_o^m - x_{n-1})^2 + \Delta z^2} \right| \right)$$

これらをもとに QUBO にあてはめるため、これまでに述べた立式法と同様にそれぞれの観測点について電圧が  $V$  となるように以下のように制約無しの目的関数を設定する。

$$\left( \sum_{n=1}^N Q_n b_n z_{mn} - V \right)^2 = \left( \sum_{i=1}^N Q_i b_i z_{mn} - V \right) \left( \sum_{j=1}^N Q_j b_j z_{mn} - V \right) \quad (14)$$

$$= \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N Q_i Q_j b_i b_j z_{mn} z_{mn} - 2V \sum_{i=1}^N Q_i b_i z_{mn} + V^2$$

よって、本問題における  $J_{ij}$ 、 $h_i$  はそれぞれ次式のようなになる。最終項は QUBO に適用する際は不要なため無視する。

$$J_{ij} = Q_i Q_j z_{mn} z_{mn} \quad (15)$$

$$h_i = -2V Q_i z_{mn}$$

実際にこれらをもとに QUBO 関数を作成すると、座標ごとの QUBO 関数の値の分布は図 6 のようになる。図 7 にこの手法を用いて電荷分布を計算した結果を示す。このように計算により結果が異なっているが、概ね傾向はとらえていることが分かる。

# 量子コンピューティングを活用した電磁界解析技術の構築

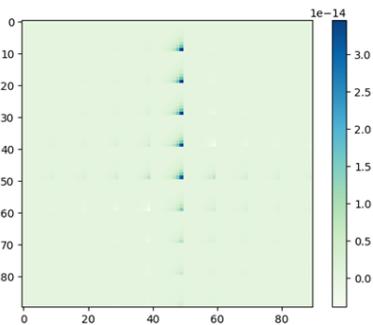


図6. QUBO関数の行列内の値の分布

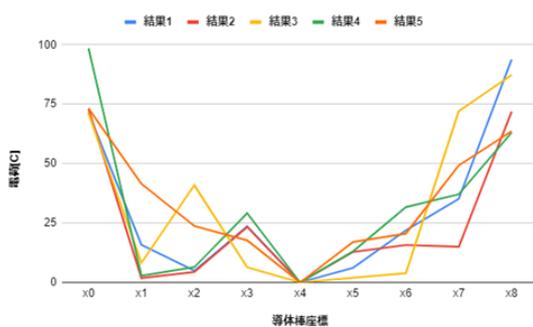


図7. 電荷分布の解析結果

## おわりに

本研究では量子アニーリングマシンを使用して基本的な電磁界問題の解析、モーメント法の解析手法の探索を行った。様々な条件でシミュレーションを行い、理論値に徐々に近づけることができた。これらの計算は量子アニーリングマシンでは1分以内で完了するものであったが、従来のコンピュータを使用した場合、 $2^{14}$ 程度の大きさを持つビットを含む135ビットの組み合わせ最適化問題に対して、膨大な計算量と多くの計算時間を要するものであり、量子アニーリングマシンの驚異的な計算速度を用いて、最適化問題としてのモーメント法の有効性の検証を行うことができた。しかし、チェーンブレイクやノイズなどの影響により、すべての解析結果が正確な結果を示すというわけではない、というのが量子アニーリングマシンの現状である。エネルギーの値や解の出現回数、その他の条件を基に、どの結果が解として適切なのを見極め、さらにその解が適切であるかを検証することが非常に需要であると考えられる。

## 参考文献

- [1] 西森秀稔, 大関真之, 量子アニーリングの基礎, 共立出版, 2018.
- [2] M. S. F. Petruccione, 量子コンピュータによる機械学習, 共立出版 2020
- [3] 観山正道, 大関真之, “量子アニーリングと未来の情報科学,” 通信ソサイエティマガジン, No. 54, 秋号, pp.113-118, 2020

この研究は、令和3年度SCAT研究助成の対象として採用され、令和4～6年度に実施されたものです。